**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2**

***«Композиция машин Тьюринга. Способы композиции машин Тьюринга. Алгоритмы с использованием композиции»***

**Цель работы:** получить практические навыки в записи алгоритмов с использованием композиции машин Тьюринга.

**Теоретический материал**

Вышеперечисленные способы описания МТ практически можно использовать только для несложных алгоритмов, в противном случае описание становится слишком громоздким. Машины Тьюринга для сложных алгоритмов могут строиться с использованием уже имеющихся элементарных МТ и такое построение называется **композицией МТ**.

Опишем 4 основных способа композиции МТ:

- последовательная композиция (суперпозиция);

- параллельная композиция;

- разветвление

- цикл

**1. Последовательная композиция машин Тьюринга**

**Последовательной композицией** или **суперпозицией** машин Тьюринга  и , вычисляющих словарные функции  и  в алфавите *А,* называется машина *M*, вычисляющая функцию .

Последовательная композиция изображается следующим образом:





*α*





и обозначается  или .

**2. Параллельная композиция машин Тьюринга**

**Параллельной композицией**машин  и , вычисляющих словарные функции  и  в алфавитах *А* и *В,* соответственно, называется машина *M*, вычисляющая словарную функцию . Здесь знак  используется для разделения слов при параллельной композиции МТ.

Параллельная композиция МТ  и  изображается следующим образом:



и обозначается: .

Фактически параллельная композиция двух МТ получает на вход слово, состоящее из 2-х слов в разных алфавитах, и на выходе выдает слово, также состоящее из 2-х слов, т.е. представляет собой две одновременно и независимо работающие машины. Для реализации параллельной композиции используется машина с двухэтажной лентой.

Машина с двухэтажной лентой работает следующим образом:

1) слово  переписывается на второй этаж ленты и стирается на первом,

2) вычисляется  на первом этаже,

3) вычисляется  на втором этаже

4)  переписывается на первый этаж, возможно, со сдвигом.

Команда МТ с двухэтажной лентой записывается следующим образом:

,

где  – буквы, записанные соответственно на первом и втором этажах. Обозначим длины слов , соответственно, .

Продемонстрируем работу машины Тьюринга с двухэтажной лентой. В общем случае длины слов  и  не совпадают между собой, но для простоты изображения принимаем, что они равны. Тогда реализация пунктов 1)-4) на МТ с двухэтажной лентой выполняется таким образом:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  | … |  |  |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

Для реализации параллельной композиции *n* машин Тьюринга используется *n–*этажная лента.

**3.** **Разветвление или условный переход в композиции машин Тьюринга**

Если заданы машины Тьюринга  и , вычисляющие словарные функции  и , и машина , вычисляющая некоторый предикат *P(α)*  с восстановлением (т.е. без стирания слова *α),* то для реализации разветвления может быть построена машина Тьюринга , вычисляющая функцию:



Разветвление машин Тьюринга на схемах композиции изображается следующим образом:









*1*

*0*





и обозначается , здесь  – результат работы машины , принимающий значения «1», если предикат *P(α)=*”*true”* и «0», если предикат *P(α)=*“*false”*,  – машина Тьюринга, реализуюшая копирование входного слова .

**4**. **Цикл  в композиции машин Тьюринга**

**Цикл** в композиции МТ реализуется по тем же принципам, что и разветвление.

Циклическим будем считать следующий алгоритм :

« пока *P(α)=* ”*true”*, выполнять  »,

где *α* – слово на ленте перед первым выполнением  и после очередного выполнения*.*

Для изображения цикла введем некоторые обозначения, пусть:

 – машина Тьюринга, реализующая вычисление предиката *P(α);*

 – МТ, реализующая копирование входного слова ;

 – МТ, выполняемая в цикле и реализующая ;

 – МТ, выполняемая при выходе из цикла и реализующая .

Тогда, циклическая композиция машин Тьюринга или цикл, может быть изображена следующим образом:









*1*

*0*





Программирование с помощью композиций машин Тьюринга:

1) построение блок-схем сложных алгоритмов такой степени детализации, что их блоки соответствуют элементарным МТ;

2) построение элементарных МТ, реализующих простые блоки;

3) объединение элементарных МТ в композицию МТ.

*Пример.*

*z=0*







































 – машина Тьюринга, реализующая копирование входного слова;

 – МТ, реализующая функцию установки константы ноль;

 – МТ, вычисляющая предикат с восстановлением ;

 – МТ, реализующая функцию выбора -того аргумента из  аргументов;

 – МТ, реализующая функцию уменьшение аргумента  на 1 в унарном коде (вытирает крайний левый символ );

 – МТ, выполняющая сложение двух чисел в унарном коде.

Следует отметить, что в любом случае необходимо в начале выполнения алгоритма выполнить проверку входных данных на корректность (например, равенство 0 аргумента при делении).

**ЗАДАНИЕ**

Построить машину Тьюринга, вычисляющую функцию . Функцию выбрать из вариантов заданий перечисленных ниже. Машину Тьюринга представить, как композицию элементарных МТ, выполняющих операции: копирование аргумента, сложение, умножение, арифметическое вычитание, нахождение целой части и остатка от деления, сравнения чисел, выделение аргумента. Недостающие элементарные МТ описать любым известным способом.

**Варианты заданий**

1. Сумма всех четных делителей числа .
2. Количество всех нечетных делителей числа .
3. Количество нулей в двоичной записи .
4. Сумма цифр в двоичной записи .
5. Количество взаимно-простых с  чисел, 
6. Максимальная цифра в 8-ричной записи числа .
7. Минимальная цифра в 8-ричной записи числа .
8. Количество четных цифр в 8-ричной записи числа .
9. Количество нечетных цифр в 8-ричной записи числа .
10. Сумма простых делителей числа .
11. Количество простых делителей числа .
12. Количество простых чисел, 
13. Количество чисел, являющихся полными квадратами, 
14. Сумма чисел, являющихся степенью двойки, 
15. Максимальная цифра в 16-ричной записи числа .
16. Минимальная цифра в 16-ричной записи числа .
17. Ближайшее к  простое число.
18. Произведение делителей числа .
19. Произведение простых делителей числа .
20. Произведение взаимно-простых с  чисел, 
21. Наименьшее общее кратное двух чисел, , 
22. Наибольший общий делитель двух чисел, 
23. Функция, отличная от нуля в конечном числе точек.
24. Номер наибольшего простого делителя числа 
25. Функция, вычисляющая целую часть квадратного корня от аргумента, .

**Контрольные вопросы**

1. Композиции машин Тьюринга и область их применения?
2. Дать определение и привести обозначение суперпозиции или последовательной композиции машин Тьюринга.
3. Дать определение и привести обозначение паралелльной композиции машин Тьюринга.
4. Двухэтажная и этажная ленты, использование их в паралельной композиции машин Тьюринга.
5. Дать определение и привести обозначение разветвления или условного перехода в композиции машин Тьюринга.
6. Дать определение и привести обозначение цикла в композиции машин Тьюринга.